



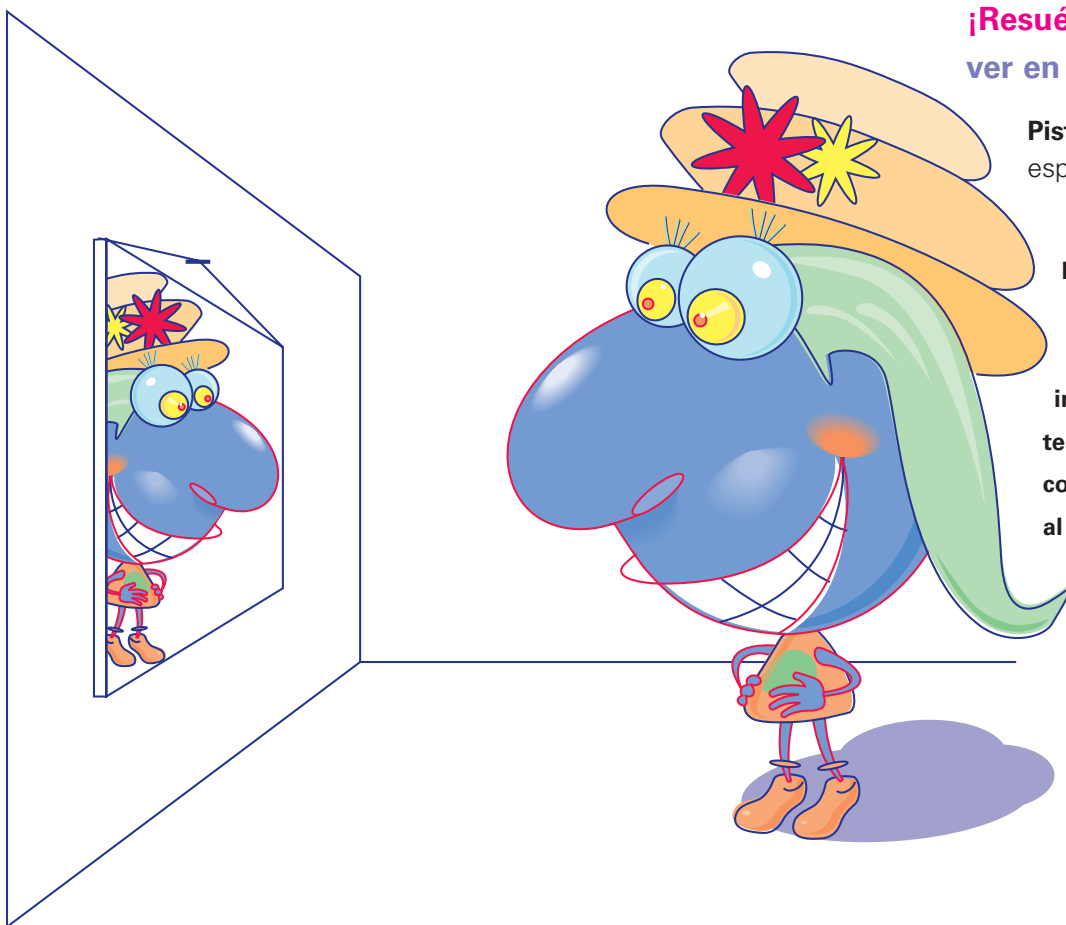
¡Resuélvelo!
Retos Matemáticos para la Familia

“Espejito, espejito, ¿qué es lo que veo?
¿Veo más de mí cuando retrocedo?”

¡Resuélvelo! ¿Cuánto de ti puedes ver en un espejo?

Pista: Comienza midiendo la altura del espejo y cuánto de ti que puedes ver.

Mirar en espejos implica ángulos, reflejos, líneas de vista y triángulos. Entender cómo estas cosas se relacionan es importante en el diseño de escenarios, teatros y sistemas de seguridad. Tales conocimientos también pueden ser útiles al jugar billar, raquetbol, tenis y algunos juegos de video.



Cuando te miras en el espejo y retrocedes, puedes ver lo mismo de ti:

Respuesta:

¡Resuélvelo!

Comienza:

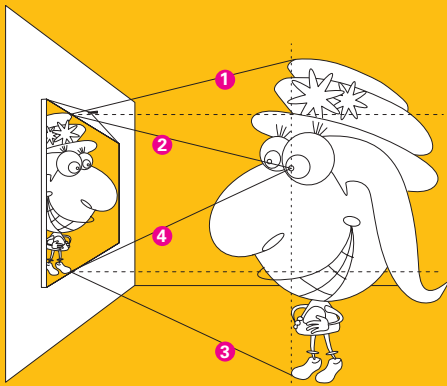
Comienza parándote a 2 pies de una pared. Haz que un amigo sostenga un espejo pequeño contra la pared, para que solamente puedas ver una porción de ti, retrocede y mira si puedes ver más de ti.

Reto:

Mide la altura del espejo. Mide cuánto de ti puedes ver en este espejo (la parte superior a la parte inferior de lo que puedes ver). Compara las medidas. Prueba otros espejos. Párate en lugares distintos. Haz un dibujo. Coloca las medidas en tu dibujo. ¿Qué puedes notar?

Solución completa:

El dibujo muestra que puedes ver el doble de ti que la longitud del espejo. Digamos que el espejo está colgado verticalmente contra la pared, de modo que la parte superior del espejo quede a la mitad entre tu ojo y la parte superior de tu sombrero. Las líneas 1 y 2 son las "líneas de vista" desde tu ojo hasta el espejo, y desde el espejo hasta la parte superior de tu sombrero. Las líneas 3 y 4 muestran las "líneas de vista" desde tu ojo al espejo y desde el espejo hasta tu pie. Las líneas horizontales entrecortadas muestran las alturas de las partes superior e inferior del espejo. La distancia desde la parte superior de tu sombrero a la línea entrecortada que indica la parte superior del espejo es la misma que la distancia entre la línea y tu ojo. La distancia desde tu ojo a la línea entrecortada que indica la parte inferior del espejo es la misma que la de esta línea a tu pie. Por lo tanto, puedes ver el doble de la longitud del espejo.



Trata de dibujar la figura más cerca del espejo o más distante. Aunque cambien los ángulos, la parte del cuerpo visible en el espejo es siempre el doble de la longitud del espejo.

Experimento:

- Usa cinta adhesiva para pegar un extremo de cada uno de tres cordones largos a la parte inferior del espejo.

Retírate del espejo y sostén un cordón hacia tu ojo. Haz que tu amigo sostenga un segundo cordón horizontalmente al piso y adhiérela a tu cuerpo donde lo toque. Completamente de pie, mira en la parte inferior del espejo y haz que tu amigo adhiera el tercer cordón al punto más inferior en ti que puedas ver. (Doblarte hacia adelante puede afectar el resultado, así que trata de mantenerte derecho(a).)

Haz que tu amigo cuidadosamente mida la distancia de tu ojo al segundo cordón y del segundo al tercero. ¿Están cercanas a las mismas distancias? (¡Lo deberían estar!)

Retrocede y trata de nuevo. ¿Las medidas cambiaron?

Retos adicionales:

1. Si una persona puede ver todo su cuerpo en un espejo de 42 pulgadas, ¿Cuál es su altura?
2. Si tuvieras un espejo de 42 pulgadas, ¿dónde lo colocarías en la pared para que puedas ver todo tu cuerpo?
3. Si deseas poder verte completamente de cabeza a pies en un espejo, ¿cuán grande tiene que ser el espejo y dónde lo debes colgar en la pared?

Algo para pensar:

- Muchas casas de diversiones y centros comerciales tienen espejos curvos. ¿Qué ves cuando te miras en tales espejos? ¿Qué pasa cuando retrocedes frente a ese espejo?
- ¿Qué tipos de espejos te hacen verte más grande? ¿Más pequeño(a)?
- Digamos que un amigo está parado directamente detrás de ti, sin moverse, cuando te miras en un espejo. Cuando te mueves para adelante o hacia atrás, ¿ves más o menos de tu amigo?
- Si te paras delante de un mostrador mirando a un espejo y retrocedes, ves más de ti, ¿por qué?

¿Sabías que...?

- De acuerdo a BBC World News, el proyecto espacial ruso Znamya ha tratado de colocar un espejo grande en órbita espacial para reflejar la luz del sol a ciudades en el norte.
- El ser humano más alto en récord medía 8 pies, 11.1 pulgadas de alto. Robert Pershing Wadlow (1918-1940) hubiera necesitado un espejo de 54 pulgadas para verse de pies a cabeza.
- Un reflejo es una isometría, un movimiento geométrico que preserva la distancia.

Recursos:

Libros:

- Desoe, Carol. *Activities for Reflect-It™ Hinged Mirror*. White Plains, NY: Cuisenaire Company of America, 1994.
- Walter, Marion. *The Mirror Puzzle Book*. Jersey City, NJ: Parkwest Publications, Inc., 1985.

Películas:

- Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics. *A Private Universe*. Washington, DC: Annenberg/CPB Math and Science Collection, 1987. [Los materiales incluyen un videocasete de 20 minutos y una Guía para Maestros de A Private Universe.] www.learner.org

Sitio web:

- Enlace a un artículo sobre el proyecto ruso para el espejo espacial, Znamya 2.5:
news.bbc.co.uk/hi/english/sci/tech/newsid_272000/272103.stm

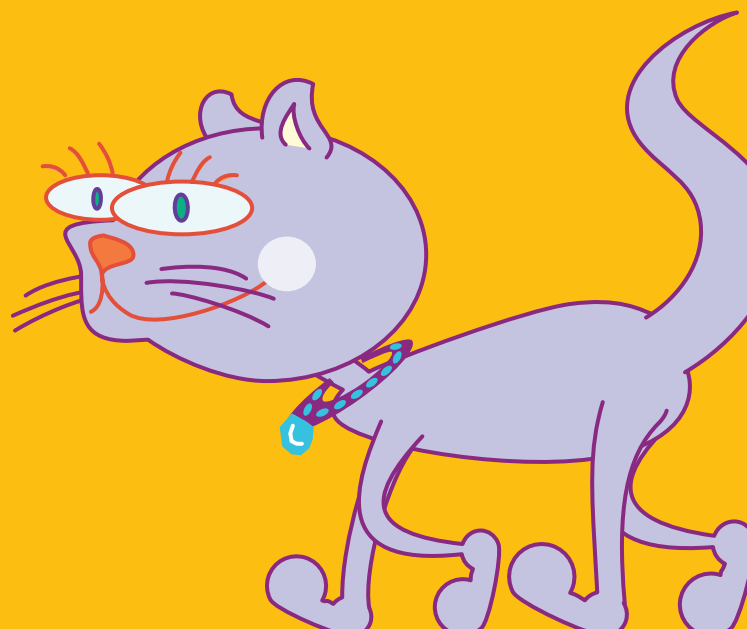
Respuestas a retos adicionales:

(1.) Lo que ves en el espejo es el doble de la longitud del espejo. Una persona que mida 84 pulgadas o menos se puede ver completa-mente en tal espejo.

(2.) Esto depende de tu altura. La parte superior del espejo debe estar a por lo menos 2 a 3 pulgadas sobre el nivel de tus ojos para que puedas ver la parte superior de tu cabeza. A menos que mides más de 84 pulgadas, puedes entonces ver tus pies.

(3.) (Mira el primer reto adicional.) La longitud del espejo depende de tu altura. Debes colgarlo de manera que la parte inferior del espejo quede a la mitad de la distancia entre tus pies y tus ojos.

Notas:





¡Resuélvelo!
Retos Matemáticos para la Familia

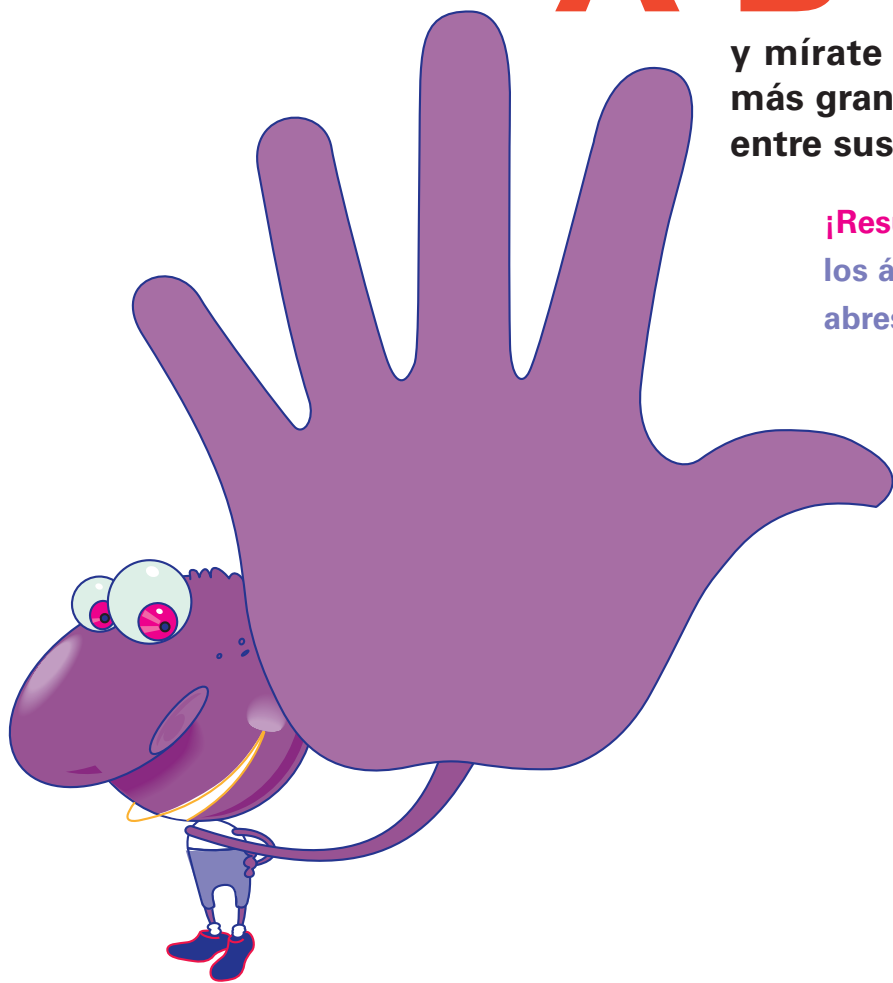
ABRE los dedos

y mírate la mano. ¿La gente con manos más grandes tienen ángulos más grandes entre sus dedos?

¡Resuélvelo! Calcula las medidas de los ángulos entre tus dedos cuando abres tu mano.

Pista: Cuando abres tu mano para que tu pulgar y dedo índice formen una "L" el ángulo que forman mide aproximadamente 90° .

Los ángulos son formas geométricas importantes. Se usan para diseñar muchas cosas, desde aviones a palos de golf.



El tamaño de tu mano no hace ninguna diferencia en el tamaño de los ángulos. Las medidas son aproximadamente

Respuesta:

$90^\circ, 45^\circ, 20^\circ$ y 20° .

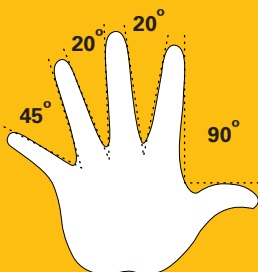
¡Resuélvelo!

Comienza:

La medida del ángulo entre tu dedo pulgar y tu dedo índice cuando tu mano toma forma de "L" es aproximadamente 90° . ¿Cómo se comparan las medidas de los ángulos para los demás dedos con esta medida de ángulo? ¿La medida del ángulo es más grande o pequeña? ¿Es la mitad? Dibuja el ángulo de 90° entre tu dedo pulgar e índice. Dibuja un ángulo que mida la mitad de esa medida. Usa tu dibujo para calcular las medidas de los demás ángulos.

Solución completa:

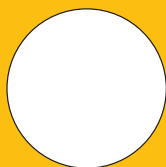
El ángulo más grande, entre el dedo pulgar y el dedo índice, mide aproximadamente 90° . (Un ángulo de 90° es un ángulo recto.) Las otras medidas de ángulos varían en algo, dependiendo de la persona. A continuación se ilustra una posibilidad:



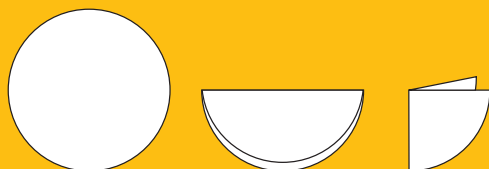
La longitud de los dedos no afecta la medida de los ángulos.

Experimento:

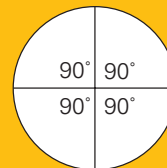
- Mide un ángulo haciendo tu propio medidor de ángulos o transportador, mediante los siguientes pasos.
- Corta una pieza circular de papel de cera u otro papel liviano. (Quizás quieras calcar el fondo de una taza grande.)



- Dobla el círculo por la mitad y luego dobla el resultado por la mitad.



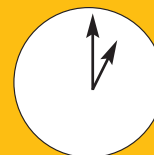
- Desdobra el papel y abre el círculo. Debes ver 4 ángulos rectos en el centro del círculo. Cada ángulo recto mide 90° .



- Vuelve a doblar el círculo en las mismas marcas de doblaje. Luego dobla el papel por la mitad una vez más. Desdobra el papel para revelar 8 ángulos, cada uno de los cuales mide 45° .
- Vuelve a doblar el papel en las marcas anteriores. Luego dóblalo por la mitad una vez más. ¿Cuán grande es cada nuevo ángulo? Identifica cada ángulo con la medida apropiada.
- Para medir un ángulo con tu transportador, coloca el centro del círculo en el punto del ángulo y alinea una de las marcas con un lado del ángulo. Calcula la medida del ángulo, encontrando dónde el otro lado se alinea con el transportador.

Retos adicionales:

- Digamos que una rueda de bicicleta da una vuelta exacta. Esto es una revolución de 360° . ¿Cuán lejos se hubiera movido la rueda en el terreno?
- En una brújula, el norte tiene una dirección de 0° . ¿Cuál es tu dirección cuando vas hacia el este, el sur o el oeste?
- ¿Cuál es la medida del ángulo entre las manecillas de un reloj si una de ellas está en el 12 y la otra en el 1?



- ¿Qué piensas que debe ser un ángulo negativo?

Algo para pensar:

- ¿Por qué piensas que Tiger Woods se preocupa por el ángulo en el cual le pega a una pelota de golf?
- ¿Qué ángulos son importantes al diseñar una bicicleta? ¿Por qué?
- Muchas sillas se reclinan o se recuestan. ¿Qué tipo de ángulos puedes hacer en una silla reclinable o en el asiento de conductor de un auto?
- Se forman ángulos en las ramas de árboles y en las nervaduras de una hoja. ¿Cuán grandes son estos ángulos?
- ¿Qué tipos de ángulos encuentras en una caja de cereal?



¡Resuélvelo!
Retos Matemáticos para la Familia



¿Qué es redondo, duro y se vendió por \$3 millones?



¡Resuélvelo! Mark McGwire se proclamó rey de los jonrones del béisbol en 1998, con 70 cuadrangulares. La pelota de su jonrón número 70 se vendió por más de \$3 millones en 1999. Babe Ruth, rey de los jonrones más antiguo, bateó 60 en 1927. Su pelota de jonrón fue donada al Salón de la Fama. Digamos que la pelota de Ruth fue valorizada por \$3000 en 1927 y que como muchas buenas inversiones, su valor se multiplicó cada siete años. ¿Preferirías tener el valor de la pelota de Ruth o de McGwire?

Pista: ¿Cuántas veces tendrías que multiplicar el valor de la pelota de Ruth para llegar al valor de la de McGwire?

El interés compuesto y la tasa de cambio con el tiempo afectan muchas cantidades. Los banqueros, corredores de acciones y biólogos de población tienen que entender este tipo de cambio en sus trabajos.

Tú decides. Si el valor de la pelota de Ruth comenzó en \$3000 multiplicados al doble cada siete años desde 1927, su valor en el 1997 sería aproximadamente \$3,072,000.

Respuesta:

¡Resuélvelo!

Comienza:

Asume que la pelota de Ruth fue valorizada en \$3000 en 1927. ¿Cuál fue su valor siete años más tarde? Trata de hacer una tabla.

Solución completa:

Digamos que la pelota de Ruth tenía un valor de \$3000 en 1927. Si el precio se multiplicó en siete años, la pelota tendría un valor de \$6000 en 1934. En siete años más, su valor se multiplicaría a doble nuevamente.

Año	Valor
1927	3000
1934	$2 \cdot 3000 = 6000$
1941	$2 \cdot 2 \cdot 3000 = 2^2 \cdot 3000 = 12,000$
1948	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3000 = 2^3 \cdot 3000 = 24,000$
1955	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3000 = 2^4 \cdot 3000 = 48,000$
	• • •
1997	$2^{10} \cdot 3000 = 3,072,000$

El año 1997 fue 70 años después del 1927, así que habrían 10 conjuntos de 7 años durante ese tiempo. Para el año 1997, la pelota de Ruth tendría un valor de \$3,072,000. Ya que tendría un valor mayor a la de McGwire en 1997, tendría un valor mayor en el 1999.

Experimento:

- Averigua cuánto interés anual podrías ganar en una cuenta de ahorros en un banco local. Si inviertes dinero con esta tasa, ¿cuánto tardaría tu dinero en multiplicarse al doble? ¿Existen condiciones que tendrías que considerar?
- Como familia, habla sobre cualquier préstamo que tengas para una educación universitaria, una casa, un auto o un aparato electrónico. ¿Cuál fue el precio original? ¿Cual es la cantidad total que gastarías para el momento en que el préstamo se salde completamente?

Retos adicionales:

1. Si inviertes \$10 a una tasa de interés anual de 7%, ¿en cuantos años aproximadamente se multiplicaría al doble tu dinero?
2. Si tu inversión gana 5% de interés anual, ¿en cuántos años aproximadamente se multiplicaría tu dinero?
3. ¿Qué interés anual tendrías que ganar para multiplicar tu dinero al doble en siete años?
4. Una nueva pelota de béisbol cuesta aproximadamente \$6. ¿Cuántas pelotas de béisbol podrías comprar con \$3 millones?
5. Digamos que el número de ninfeas en un estanque se multiplica al doble cada año. Si el estanque estuvo cubierto hasta la mitad el lunes, ¿cuándo estuvo solamente cubierto hasta un cuarto? ¿Cuándo estaría completamente cubierto?
6. Valor tendría la pelota de Babe Ruth en 1999?

Algo para pensar:

- La regla general de un banquero para encontrar el número de años necesarios para multiplicar al doble un inversión es dividir 70 por la tasa de interés. Trata esta regla en los retos.
- Los bancos tienen computadoras programadas para usar potencias fraccionales para calcular interés ganado en cuentas de ahorros e interés debido en préstamos.

¿Sabías que...?

- El precio de \$3,000,000 de la pelota de Mark McGwire fue 23 veces mayor al de cualquier otra pelota vendida anteriormente y de cinco a seis veces más alto que el precio pagado por cualquier otro artículo deportivo.
- Un número, e, llamado así por Leonhard Euler (1707-1783), se usa al calcular intereses continuos.

Recursos:

Libros:

- Sports Illustrated. *Home Run Heroes—Mark McGwire, Sammy Sosa and a Season for the Ages*. New York: Simon & Schuster, 1998.
- "Baseball." *The Encyclopedia Americana*. International Edition. Bethel, CT: Grolier, Inc. 1998.
- "Mark McGwire vs. Sammy Sosa: The 1998 Home Run Race." *The World Almanac and Book of Facts 1999*. Mahwah, NJ: World Almanac Books, 1999.

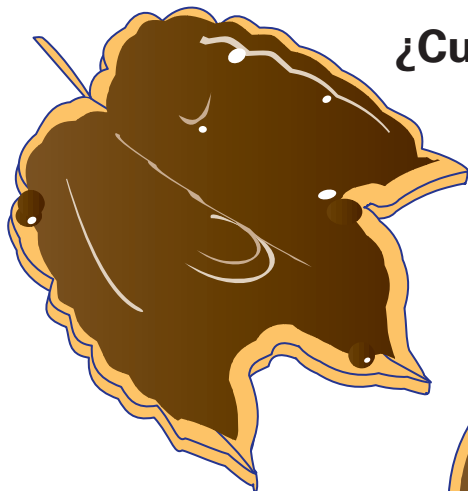
Sitios web:

- www.majorleaguebaseball.com
- www.baseballhalloffame.org





¡Resuélvelo!
Retos Matemáticos para la Familia



¿Cuál de estas
galletas cubiertas de chocolate

TE comerías **?**

¡Resuélvelo! Digamos que te encanta el chocolate. Cada galleta está cubierta con chocolate el mismo espesor. Si quisieras escoger la galleta con más chocolate, ¿cuál escogerías?

Pista: Piensa sobre cómo medir la superficie de cada galleta.

No existen maneras simples de encontrar superficies exactas de formas irregulares, tales como masas de tierra o células vivientes. Calcular dichas superficies es muy importante en la planificación de uso de tierras y las investigaciones médicas.

mmm...

chocolate



El amante del chocolate escogería la galleta con los extremos desiguales.

Respuesta:

¡Resuélvelo!

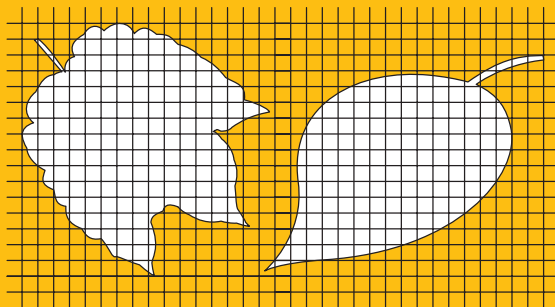
Comienza:

Calca las galletas en una hoja de papel cuadrulado y córtalas. ¿Cómo piensas que las superficies se comparan? ¿Ayudaría el papel cuadrulado?

Solución completa:

Hay muchas maneras de hacer este reto.

- Calca las galletas en papel cuadrulado y cuenta el número de cuadros que cada una cubre. Mientras más sean pequeños los cuadros, mejor será el estimado de la superficie.



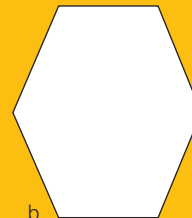
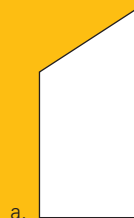
- Corta las galletas, coloca una encima de la otra y corta las partes de una que no están cubiertas por la otra. Trata de llenar el espacio adicional con las partes que cortaste. Si no puedes cubrir toda la primera galleta con las partes de la segunda, la primera es más grande. Si te quedan piezas de la segunda galleta cuando la primera está cubierta, la segunda es más grande.
- Cubre cada galleta con algo pequeño (cereal o arroz) y luego compara ambas cantidades.

Experimento:

- Calcula la superficie de un parque de béisbol cercano.
- Encuentra una forma irregular en algún lugar del cuarto. Calcula su superficie.
- Dibuja una forma irregular en un pedazo de papel. Escoge algún punto dentro de la forma y llámalo el "centro". Encuentra las longitudes desde el centro a puntos diferentes en el extremo de la forma. (Si un segmento sale fuera de la forma, suma las longitudes de las piezas dentro de la forma. Encuentra el promedio de todas las formas. Deja que este promedio sea el "radio" de la forma. Usa la fórmula para la superficie de un círculo ($\pi \cdot \text{radio} \cdot \text{radio}$, o aproximadamente $3.14 \cdot r \cdot r$). Este debe ser un buen estimado de la superficie.

Retos adicionales:

1. Puedes usar un cordón para calcular el perímetro de cada galleta. Algunas personas pueden pensar que la galleta con mayor diámetro tiene mayor superficie. ¿Estás de acuerdo? ¿Por qué sí o por qué no?
2. Puedes encontrar la superficie de algunas figuras dividiéndolas en rectángulos, cuadrados o triángulos. ¿Cómo podrías dividir las formas a continuación para encontrar la superficie?



Algo para pensar:

- Algunas personas dicen que una costa tiene una longitud infinita. ¿Qué querrán decir con esto?
- Cuando las personas hablan de comprar tantas yardas de alfombra, en realidad hablan de yardas cuadradas; con yardas de concreto o arena, en realidad hablan de yardas cúbicas.

¿Sabías que...?

- La medida cuadrada es razonable para encontrar superficies porque las regiones cuadradas pueden cubrir una superficie plana sin superposiciones ni huecos.
- Aunque usualmente lees sólo sobre la superficie cubierta por un derrame de petróleo, el mismo también tiene volumen.
- Un planímetro es una herramienta que mide la superficie de formas irregulares, calcando el perímetro de la figura. Un planímetro implica los conceptos de coordenadas polares.

Recursos:

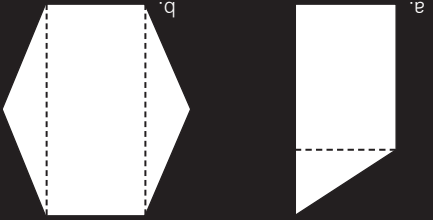
Libros:

- Gravemeijer, K., M. A. Pligge, and B. Clarke. "Reallotment." In *Mathematics in Context*. National Center for Research and Mathematical Sciences Education and Freudenthal Institute (eds.). Chicago: Encyclopaedia Britannica Educational Corporation, 1998.
- Lappan, G., J. Fey, W. Fitzgerald, S. Friel, and R. Phillips. *Connected Mathematics: Covering and Surrounding*. Palo Alto, CA: Dale Seymour Publications, 1996.

Respuestas a retos adicionales

(1.)
Para el mismo perímetro, algunas formas tienen superficies mayores, mientras otras tienen superficies menores.

(2.)
a. Divide la forma en un triángulo y en un rectángulo.
b. Divide la forma en un rectángulo y en dos triángulos.



Notas:

